УДК 519.2

OVERALL OVERVIEW OF THE FORMULA FOR THE DERIVATIVE OF THE RECOVERY FUNCTION

ЗАГАЛЬНИЙ ВИГЛЯД ФОРМУЛИ ДЛЯ ПОХІДНОЇ ФУНКЦІЇ ВІДНОВЛЕННЯ

Avdeeva T.V. / Авдєєва Т.В.
sen.lecturer /ст. викладач.
National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute named after Igor Sikorsky", Kyiv, pr. Peremogu, 37,03056
Національний технічний університет Україна «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,Київ, пр. Перемоги, 37, 03056
Illicheva L.M. / Іллічева Л.М.
c.ph-m.s., as.prof. / к.ф-м.н., доц.
National Aviation University, Kyiv, pr. L. Guzara, 1,03680
Національний авіаційний університет,Київ, пр. .Л. Гузара, 1,03680

Анотація. *В роботі розглядається схема відновлення і визначається загальний вигляд похідної від функції відновлення.*

Ключові слова: *випадкова величина, процес відновлення, перетворення Лапласа, функція-зображення, функція-оригінал*

Abstract. *The paper considers the recovery scheme and determines the general appearance of the derivative of the recovery function.*

Key words: *random variable, recovery process, Laplace transform, function-image, function-original*

Вступ.

Нехай ξ_i- незалежні однаково розподілені додатні випадові величини, $\xi_0 = 0, \xi_k = \sum_{s=1}^{k} \xi_s$. Процес $\nu(t)$, визначений при $t \in R_t^+$ рівністю $\nu(t) = n$ при $\xi_{n-1} \le t < \xi_n$, називається процесом відновлення. Якщо вважати, що деякий прибор працює випадковий час ξ_1, потім виходить із ладу і замінюється ідентичним прибором, який працює час ξ_2, …, і так далі, а в момент $t = 0$ починає роботу перший прибор, то $\nu(t)$ співпадає із номером прибору, який працює в момент t. Позначимо $N(t) = M\nu(t)$, тоді $N(t)$ називають функцією відновлення. Основна задача теорії відновлення – визначити асимптотику поведінки функції відновлення $N(t)$.

Основний текст

Із [1] відомо, що для усіх $\lambda > 0$ визначено перетворення Лапласа-Стільтьєса $n(\lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t}\, dN(t)$, причому має місце наступна формула: $n(\lambda) = {}^1\!/_{(1 - f(\lambda))}$, де $f(\lambda) = Me^{-\lambda \xi_1}$. Доведення цього твердження базується на співвідношенні $\int_0^\infty e^{-\lambda t}\, dN(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f^k(\lambda)$, яке можна розглядати як асимптотичний розклад функції-зображення.

Можна скористатися відомим твердженням [2] про існування оберненого перетворення Лапласа і одержати функцію-оригінал. Так, якщо функція $n(\lambda)$ аналітична у деякій комплексній полуплощині $\sigma \geq \sigma_a$ і має порядок < -1, то обернене перетворення Лапласа існує; воно неперервно для усіх t і функція-оригінал, яка є похідною функції відновлення, буде мати такі властивості: $\phi(t) = O(e^{\sigma_a t})$ при $t \to \infty$, де σ_a - відповідна абсциса абсолютної збіжності. За цих умов справедлива така формула для функції-оригінала:

$$\phi(t) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{R \to \infty} \int_{\sigma_1 - iR}^{\sigma_1 + iR} n(\lambda) e^{\lambda t}\, d\lambda,\ (\sigma_1 > \sigma_a), \qquad (1)$$

причому $\phi(t) = 0$ для $t \leq 0$.

У даному випадку із (1) одержимо:

$$\phi(t) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{R \to \infty} \int_{\sigma_1 - iR}^{\sigma_1 + iR} \frac{1}{1 - f(\lambda)} e^{\lambda t}\, d\lambda, \qquad (\sigma_1 > \sigma_a),$$

Аналогічний підхід використаний у [3] при знаходженні функції відновлення для однорідного процесу.

Висновки.

Були розглянуті пряме і обернене перетворення Лапласа-Стілтьеса і одержаний загальний вигляд формули для похідної функції відновлення.

Література:

1. Скороход А.В. Случайные процессы с независимыми приращениями // 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 320с.

2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров // М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1984.- 830с.

3. Боровков А.А. Теория вероятностей: Учеб. пособие. // 2-е изд., перераб. и доп.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 430с.

Стаття відправлена: 24.08.2020 р.